

Langages formels

Clément AGRET
clement.agret@cyu.fr

CY Cergy Paris Université

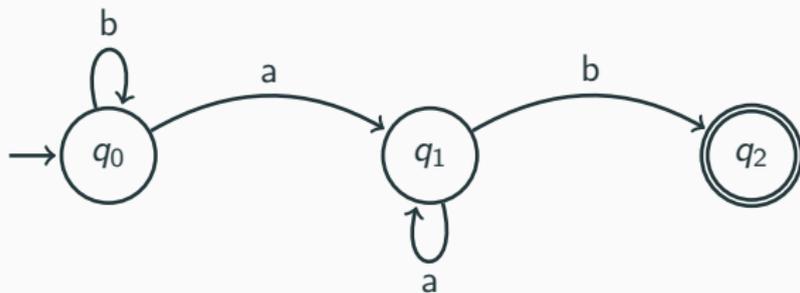


Pourquoi les automates?

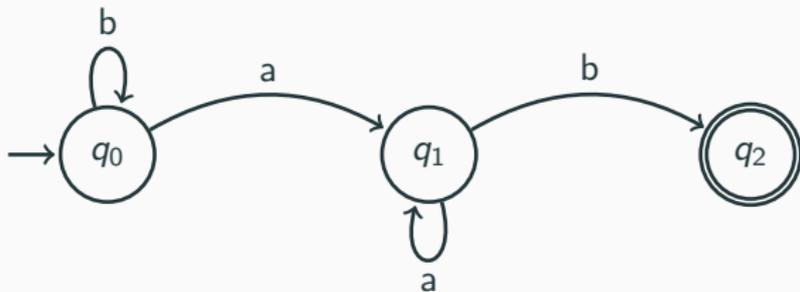
Langages

Automates

Qu'est-ce qu'un automate?



Qu'est-ce qu'un automate?



C'est un modèle de calcul capable de reconnaître des langages

Qu'est-ce qu'un automate?

Un modèle de calcul simple.

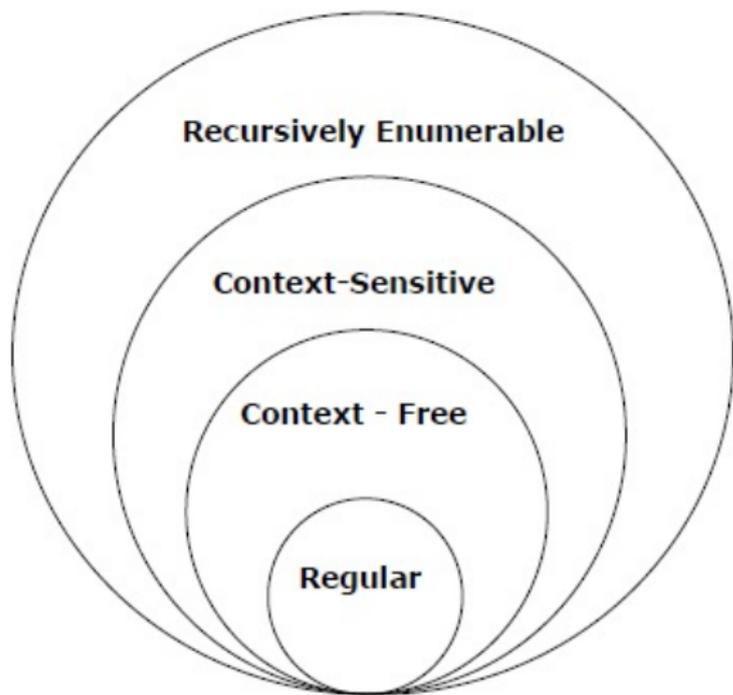
- Peu puissant,
- Très efficace;
- Très bien compris :

Théorème 1

Les langages reconnaissables par automates sont les langages rationnels.

Nous verrons dans ce cours :

- Comment construire un automate pour un langage donné,
- Comment simplifier un automate,
- Comment passer d'une expression rationnelle à un automate, d'un automate à une expression rationnelle,
- Les limites des automates :



Pourquoi les automates?

Langages

Mots

Langages

Automates

Pourquoi les automates?

Langages

Mots

Langages

Automates

Définition 1: Alphabet

On appelle alphabet tout ensemble non vide A . Les éléments de A sont appelés les lettres.

Définition 2: Mot

On appelle mot toute suite finie de lettres.

- Longueur du mot :

- Mot vide ε :

Définition 3

On note A^* l'ensemble de tous les mots sur l'alphabet A .

Si $u = a_1 \dots a_n$ et $v = b_1 \dots b_m$ sont deux mots, on note

$$u \cdot v = uv = a_1 \dots a_n b_1 \dots b_m$$

Proposition 1

- Associativité :
- ε est élément neutre :
- $u =$

Définition 4

- u est un facteur de v si

- u est préfixe de v si

- u est suffixe de v si

Pourquoi les automates?

Langages

Mots

Langages

Automates

Définition 5: Langage

On appelle langage toute partie $L \subseteq A^*$.

Si L_1 et L_2 sont deux langages,

$$L_1 \cdot L_2 =$$

Définition 6: Langage

On peut noter $L_1 + L_2$ l'union des deux langages $L_1 \cup L_2$.

Définition 7

- On note $L^n := L \cdot L \cdot \dots \cdot L$

- On note

$$L^* = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} L^n =$$

- et

$$L^+ = \bigcup_{n \in \mathbb{N}} L^n =$$

① $L^* = L^+ \cup \{\varepsilon\}$

② $L \cdot L^* =$

③ Si $L_1 \subseteq L_2$, alors L_1^*

④ $(L^*)^* =$

$$(L_1L_2)^* = \{\varepsilon\} + L_1(L_2L_1)^*L_2$$

$$(a + b)^* = a^*(b \cdot a^*)^* = (a^*b)^*a^*.$$

Pourquoi les automates?

Langages

Automates

Définition

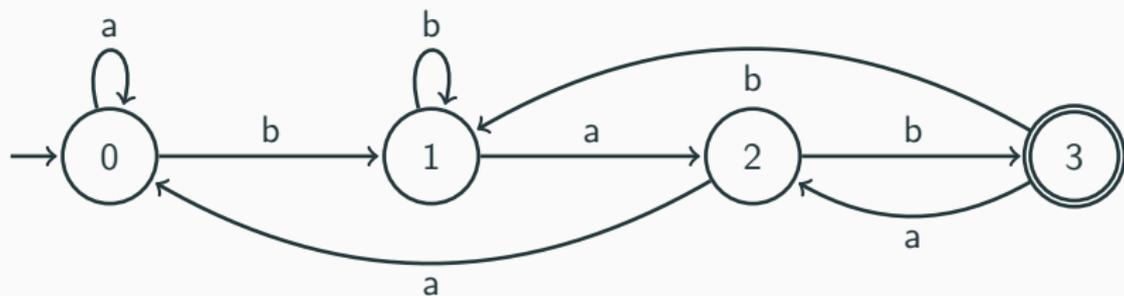
Pourquoi les automates?

Langages

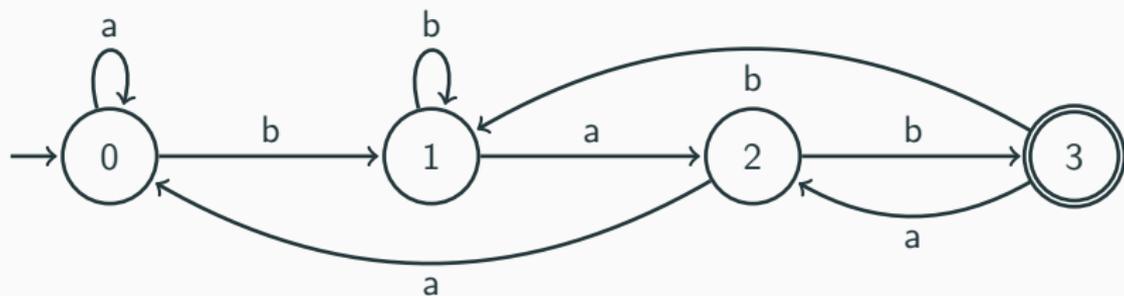
Automates

Définition

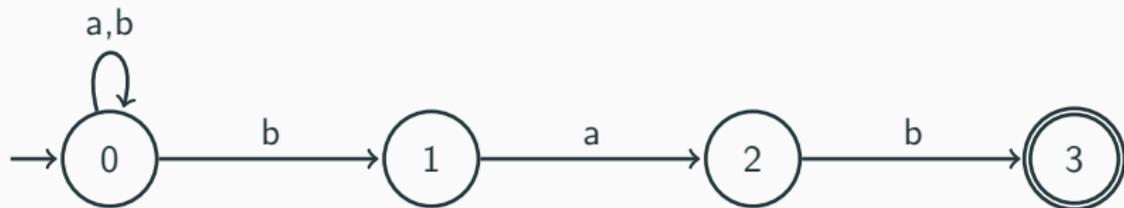
Un exemple



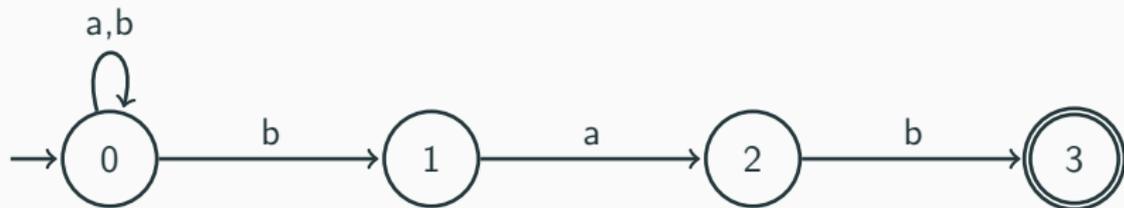
Un exemple



Un deuxième exemple



Un deuxième exemple



Définition 8: Automate

Un automate \mathcal{A} est un quadruplet (Q, I, F, T) où :

- Q :
- I :
- F :
- T :

- On appelle calcul tout chemin c dans le graphe de l'automate :

$$c = q_0 \longrightarrow q_1 \longrightarrow q_2 \longrightarrow \dots \longrightarrow q_{n-1} \longrightarrow q_n$$

Définition 9

Un automate \mathcal{A} est dit synchrone s'il n'a pas d' ε -transitions.

Définition 10

Un automate \mathcal{A} est dit déterministe si :

- il y a un unique état initial
- Pour chaque état q et chaque lettre a ,

Synchronisation Suppression des ε -transitions

Idée : soit $q \xrightarrow{\varepsilon} r$



Suppression d'une ε -transition :

$q \xrightarrow{\varepsilon} r$ peut être remplacée par

