Automates - CM4

Clément Agret
clement.agret@cyu.fr

CY Cergy Paris Université

Programme du jour

Déterminisation

Proposition 1

Tout langage reconnu par un automate est reconnu par automate déterministe.

Plan du cours

Constructions d'automates faciles : $\emptyset, \varepsilon$

Constructions d'automates faciles (2) : le mot *aba*.

Constructions d'automates faciles (3) : mots qui commencent, finissent par un motif.

Constructions d'automates faciles (4).

Plan du cours

Définition 1: $\mathrm{Rec}(A^*)$

On note $\mathrm{Rec}(A^*)$ l'ensemble des langages inclus dans A^* reconnaissables par automate.

Proposition 2

Un langage $L \in \mathrm{Rec}(A^*)$ est reconnaissable par automate :

- synchrone,
- déterministe.
- complet.

Automate pour le complémentaire

Proposition 3: Complémentaire

Si $L \in \mathrm{Rec}(A^*)$, alors le complémentaire $\overline{L} = A^* \setminus L$ est dans $\mathrm{Rec}(A^*)$.

On part d'un automate :

- déterministes,
- complets.

Proposition 4

Si $\mathcal{A}$ est déterministe complet, l'automate $\mathcal{A}'$ obtenu en inversant états finaux et non finaux reconnaît $\overline{L(\mathcal{A})}$.

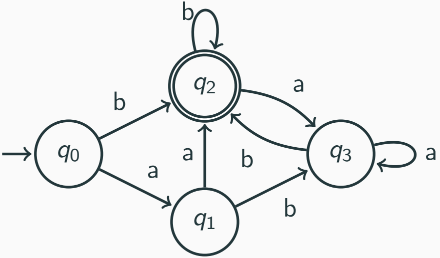
Automate produit

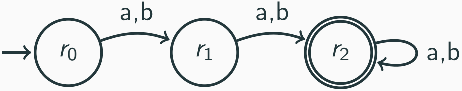
Idée : suivre le calcul de deux automates en même temps.

On part d'automates

- déterministes,
- complets.

Automate produit : exemple





Automate produit : conséquences

Soit $\mathcal{A}_1$ et $\mathcal{A}_2$ deux L_1 et L_2, d'états finaux F_1 et F_2. Dans l'automate produit, pour reconnaître :

- l'union $L_1 \cup L_2$:
- l'intersection $L_1 \cap L_2$:
- la différence $L_1 \cap L_2$:

Conséquences

Proposition 5: Rec(A^*)

Soit $L_1, L_2 \in \mathrm{Rec}(A^*)^2$. Alors les langages

Plan du cours

Langages non reconnaissables

Quelles sont les limites des automates?

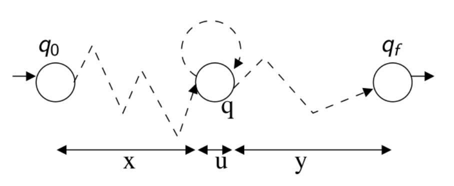
Idée : propriété que doivent vérifier tous les langages reconnus par automates.

Lemme de l'étoile

Lemma (étoile)

Soit L un langage $\in \mathrm{Rec}(A^*)$. Alors : il existe N tel que tout mot w de longueur $|w| \geq N$ peut s'écrire $w = xyz$ tel que

- $|xy| \leq N$
- $|y| \geq 1$
- $\forall j \in \mathbb{N}\ xy^iz \in L$.



Application : $L = \{a^n b^n : n \in \mathbb{N}\}$ non reconnaissable.

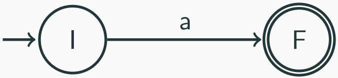
Plan du cours

Automate de Thompson

Façon standardisée de construire des automates en assurant :

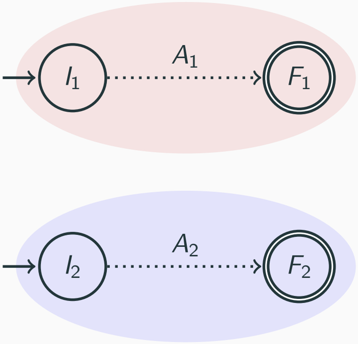
- un état initial, un état final
- aucun calcul possible de l'état final vers l'état initial.

Automate de Thompson pour *a* :



Constructions de Thompson

Comment combiner deux automates ?

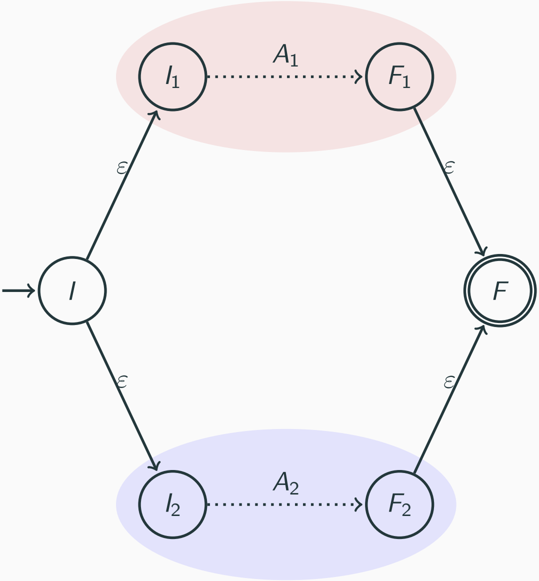


Construction de Thompson pour $L_1 + L_2$:

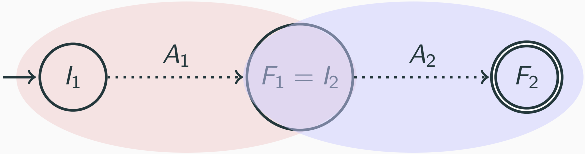
Construction de Thompson pour $L_1 \cdot L_2$:

Construction de Thompson pour L_1^* :

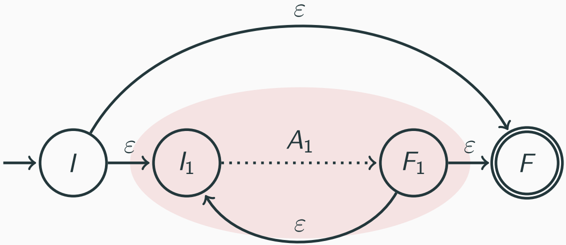
Récapitulatif : union



Récapitulatif : concaténation



Récapitulatif : étoile



Exemples